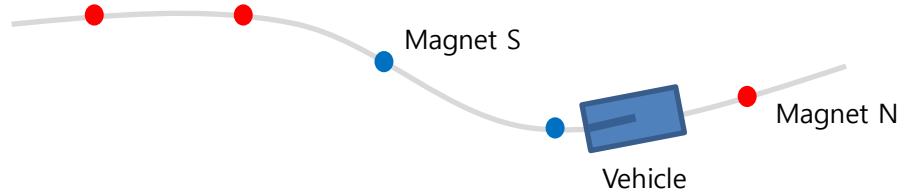


Kalman Filter Localization

지면의 자석 위치 감지 센서를 이용한 이동로봇의 위치인식

차량의 주행 경로상에 드문드문 자석을 매립한다. 차량이 매립된 자석 위를 지나갈 때 Hall Sensors Array를 사용하여 자석을 감지한다.

차량은 이동량과 조향각으로부터 dead-reckoning 하여 차량의 위치를 추정한다. 감지된 자석의 위치를 미리 알고 있다면 Extended Kalman Filter로 차량의 위치를 보정한다.



칼만필터 변수의 정의

위치와 공분산 행렬:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{\theta x} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{\theta y} \\ \sigma_{x\theta} & \sigma_{y\theta} & \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x}$ 는 차량의 상태(x, y 평면에서의 위치와 방향)을 나타내는 벡터고 $\mathbf{P}$ 는 차량의 상태에 대한 공분산 행렬이다.

자석의 위치 데이터

S 는 N 개의 자석에 대한 위치를 담고 있는 집합이고, $\mathbf{s}^{(i)}$ 는 집합 내에서 i 번째 자석의 전역공간에서의 위치 벡터다. 자석의 위치 데이터는 알고리즘을 수행하기 전에 미리 알고 있어야 한다.

$$S = \{\mathbf{s}^{(i)} \mid i=1, \dots, N\}$$

$$\mathbf{s}^{(i)} = \begin{bmatrix} x^{(i)} & y^{(i)} \end{bmatrix}^T$$

초기값 설정

칼만필터로 차량의 위치추정을 시작할 때, 차량의 초기 상태(위치와 방향)는 알려져야 한다. 여기서 상태 0에서 시작하는 것으로 설정한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

차량의 이동에 의한 위치 예측

이동 모델

입력 $\mathbf{u}$ 에 대한 차량의 이동 모델은 다음과 같다.

$$\Delta \mathbf{x} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \Delta s \cos(\theta + \Delta \theta / 2) \\ \Delta s \sin(\theta + \Delta \theta / 2) \\ \Delta \theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u} = [\Delta s \quad \Delta \theta]^T$$

여기서 $\Delta s, \Delta \theta$ 은 단위 샘플링 시간동안 차량이 이동한 거리와 회전한 각도다.

위치 추정

상기 이동모델로부터 차량의 위치를 추정한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1})$$

공분산 행렬

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{W}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{W}_k^T$$

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{I} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}, \quad \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\Delta s \sin(\theta + \Delta \theta / 2) \\ 0 & 0 & \Delta s \cos(\theta + \Delta \theta / 2) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}_k = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \cos\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) & -\frac{\Delta s}{2} \sin\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) & \frac{\Delta s}{2} \cos\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

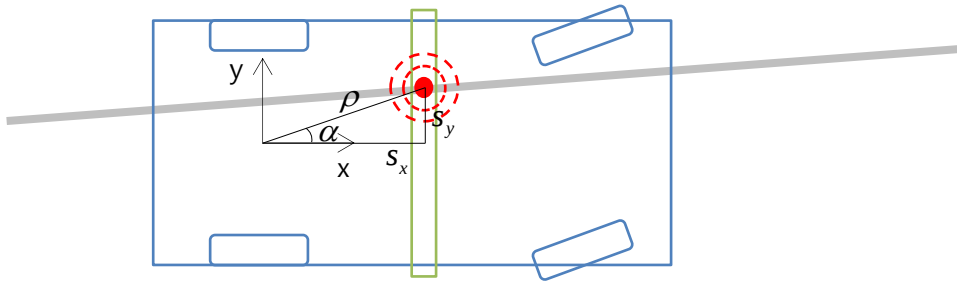
차량의 이동량 및 회전량에 대한 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_{k-1} = \begin{bmatrix} k_s |\Delta s| & 0 \\ 0 & k_\theta |\Delta \theta| \end{bmatrix}$$

여기서 k_s, k_θ 은 차량의 이동량 및 회전량에 대한 에러 상수다.

센서 측정에 의한 위치 보정

자석을 감지하기 위한 Hall Sensors Array는 차량 좌표계 중심에서 전방에 y축과 수평이 되도록 설치되어 있다. 차량이 자석 위를 지나갈 때 자석의 세기가 최고로 감지되는 점을 찾아 자석의 위치로 본다. 감지된 자석의 전역 위치를 알고 차량 좌표계로부터 감지된 자석의 위치를 안다면 차량의 위치를 보정 가능하다. (다음은 $\theta = 0$ 일 때의 측정 모델에 대한 그림이다.)



상기 그림에서 차량을 기준으로 한 센서의 실제 측정 값 s_x, s_y 을 사용하지 않고 s_ρ, s_α 로 변환하여 사용한 이유는 계산을 편리하게 하기 위해서다.

센서의 측정 모델

차량이 $\mathbf{x}$ 위치에서 i 번째 자석 $\mathbf{s}^{(i)}$ 을 인식하였을 경우 센서의 측정 모델은 다음과 같다. 센서의 측정모델이란, 차량의 추정위치에서 자석을 감지하였을 때 센서가 읽어야 할 값을 계산하기 위한

모델이다.

$$h(\mathbf{s}^{(i)}, \mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \rho \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x^{(i)} - x)^2 + (y^{(i)} - y)^2} \\ \tan^{-1} \left(\frac{y^{(i)} - y}{x^{(i)} - x} \right) - \theta \end{bmatrix}$$

칼만 이득

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R})^{-1}$$

$$\mathbf{H}_k = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{x^{(i)} - x}{\rho} & -\frac{y^{(i)} - y}{\rho} & 0 \\ \frac{y^{(i)} - y}{\rho^2} & -\frac{x^{(i)} - x}{\rho^2} & -1 \end{bmatrix},$$

$$\rho = \sqrt{(x^{(i)} - x)^2 + (y^{(i)} - y)^2}$$

센서의 측정 오차에 대한 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_{\rho\rho} & \sigma_{\rho\alpha} \\ \sigma_{\alpha\rho} & \sigma_{\alpha\alpha} \end{bmatrix}$$

위치 보정

센서에서 측정한 값에 의해 보정되는 상태(차량의 위치)는 다음 식과 같다.

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - h(\mathbf{s}^{(i)}, \hat{\mathbf{x}}_k^-))$$

여기서 $\mathbf{z}_k$ 는 차량 좌표계를 기준으로 센서가 실제로 측정한 자석의 거리와 방향이다. 실제로 측정한 값에서 센서의 측정모델을 사용하여 추정된 값을 뺀으로 오차를 계산하게 된다.

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} s_\rho \\ s_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \\ \tan^{-1} \left(\frac{s_y}{s_x} \right) \end{bmatrix}$$

s_ρ 는 차량 중심에서 자석까지의 거리고 s_α 는 차량 중심에서 바라본 자석의 방향이다.

오차 공분산 계산

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-$$