

상급문제	작성자 : 장지경
<p>1. 240을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수를 구하시오.</p> <p>2. 20명이 넘는 학생들에게 공책 150권, 연필 175자루, 지우개 124개를 나누어 주었다. 공책은 똑같이 나누어 가졌으나 연필은 5자루 모자라고, 지우개는 4개가 남았다. 이 때, 학생 수를 구하여라.</p> <p>3. 세 자연수 78, 100, 123을 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 6, 4, 3이 되었다. 어떤 자연수들의 합을 구하여라.</p> <p>4. 어느 학교 전체의 학생 수는 200명보다 많고 300명보다 적다. 전체의 학생을 4열, 5열, 6열로 세워도 항상 2명이 남을 때, 이 학교 전체의 학생을 7열로 세우면 몇 명이 남겠는가? ① 2명 ② 3명 ③ 4명 ④ 5명 ⑤ 6명</p> <p>5. 100을 n으로 나눌 때의 나머지를 $\langle n \rangle$으로 나타내기로 한다. 예를 들면, 100을 9로 나눌 때의 나머지는 1이므로 $\langle 9 \rangle = 1$이 된다. 이 때, $\langle n \rangle = 18$이 되는 n의 값을 모두 구하여라.</p> <p>6. 150에 가장 작은 자연수를 곱해서 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?</p> <p>7. 100과 200 사이의 자연수 중에서 5 또는 7로 나누어 떨어지는 자연수의 개수를 구하여라.</p>	<p>8. $\frac{144}{n}$를 자연수가 되게 하는 n의 값은 모두 몇 개인가? ① 15개 ② 16개 ③ 18개 ④ 20개 ⑤ 24개</p> <p>9. 24에 어떤 자연수 A를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, A의 값 중 가장 작은 수를 구하시오. 또, 어떤 자연수의 제곱이 되는지 쓰시오.</p> <p>10. 어느 상점의 네온 사인 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 네온 사인을 동시에 켜었을 때, 다시 동시에 켜지는 데는 몇 초가 걸리는가? ① 60초 ② 90초 ③ 120초 ④ 150초 ⑤ 180초</p> <p>11. 9×5^n의 약수의 개수가 24개일 때, n의 값을 구하시오.</p> <p>12. 두 자리의 수 중에서 가장 큰 소수와 가장 작은 소수의 합은? ① 108 ② 109 ③ 110 ④ 112 ⑤ 114</p> <p>13. 어떤 수로 20을 나누면 4가 부족하고, 37을 나누면 3 부족하다고 한다. 다음 중 어떤 수가 될 수 있는 것은? ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10</p>

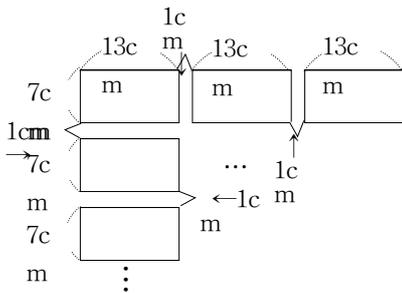
I. 집합과 자연수

2. 자연수의 성질

14. 어느 역에서 30분, 45분 간격으로 출발하는 두 종류의 열차가 있다. 하루 중 두 열차의 첫 출발 시각은 오전 6시로 같고, 이 역을 출발하는 마지막 열차의 출발 시각은 오후 9시일 때, 하루 중 두 열차가 동시에 출발하는 횟수는? (단, 첫 출발은 제외)

- ① 10번 ② 12번 ③ 15번
- ④ 18번 ⑤ 20번

15. 가로, 세로의 길이가 13cm, 7cm인 직사각형 모양의 타일을 다음 그림과 같이 1cm의 간격을 떼고 정사각형 모양으로 배열하려고 한다. 타일의 개수를 가능한 한 적게 하려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



16. $4 \times a$, $6 \times a$, $16 \times a$ 의 최소공배수가 288일 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

17. 자연수 a, b 의 최대공약수를 $a \triangle b$, 최소공배수를 $a \nabla b$ 로 표시할 때, $(24 \nabla 63) \triangle 147$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 14 ⑤ 21

18. 세 자연수 36, N , 90의 최대공약수가 18이고, 최소공배수가 540일 때, N 의 값을 구하여라. (단, $36 < N < 90$)

19. 톱니의 수가 각각 48개, 72개인 두 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

- ① 1번 ② 2번 ③ 3번
- ④ 4번 ⑤ 5번

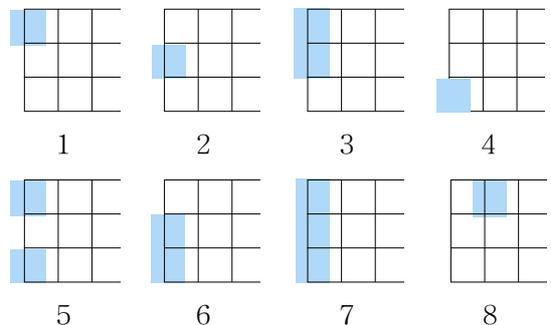
20. 서울 지하철 1호선은 3분마다 운행되고 4호선은 5분마다 운행된다. 오전 9시에 1호선과 4호선의 환승역인 서울역에서 동시에 정차하였다면 오전 10시에서 오전 11시까지 몇 번이나 동시에 정차하게 되는가?

- ① 3번 ② 4번 ③ 5번
- ④ 6번 ⑤ 7번

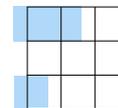
21. 서로소인 두 수의 최소공배수는 어떻게 되는지 2가지 이상의 예를 들어 설명하여라.

22. 어떤 모임에서 등산을 가려고 한다. 처음에는 6명씩, 다음에는 9명씩, 나중에는 12명씩 짝을 지어봐도 항상 3명이 짝을 짓지 못하고 남았다. 이 모임의 전체 인원이 40명을 넘지 않을 때, 이 모임의 전체 인원을 구하시오.

※ 다음 그림과 같이 자연수를 표시할 때, 다음 물음에 답하시오.



23. 다음 그림이 나타내는 자연수를 구하시오.



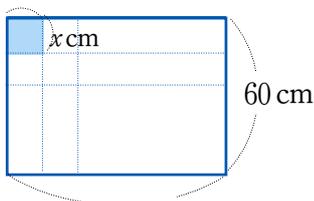
I. 집합과 자연수

2. 자연수의 성질

24. $\frac{n}{3}$ 이 자연수가 되는 50 이하의 자연수 n 의 개수는?

- ① 10개 ② 12개 ③ 14개
- ④ 15개 ⑤ 16개

25. 가로, 세로의 길이가 각각 72cm, 60cm인 직사각형의 가로와 세로를 일정한 간격으로 나누어 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는?



- ① 6cm ② 12cm ③ 15cm
- ④ 9cm ⑤ 18cm

26. 서로 맞물려서 도는 톱니바퀴 A, B가 있다.

A의 톱니의 수는 60개, B의 톱니의 수는 28개일 때, 이 두 개의 톱니바퀴가 같은 톱니에서 다시 맞물리게 되는 것은 A는 x 번, B는 y 번 돌고 난 후이다. 이 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

27. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, $f(72) \times f(x) = 72$ 를 만족하는 자연수 중 가장 작은 x 의 값을 구하여라.

28. 두 수 A, B 에 대하여 A 와 B 를 그들의 최대공약수 G 로 나눈 몫이 각각 3, 4이고, A 와 B 의 최소공배수는 240이다. 이 때, $A+B+G$ 의 값을 구하여라.

29. 60을 나누면 나누어 떨어지고, 52를 나누면 4가 남고, 35를 나누면 5가 남는 자연수를 구하여라.

30. 240을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

31. 두 자리의 자연수 중 다음 두 조건을 만족하는 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 3으로 나누면 1이 남는다.
- ㉡ 5로 나누면 3이 남는다.

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개
- ④ 8개 ⑤ 9개

32. 다음 두 조건을 모두 만족하는 자연수 n 을 구하여라.

- ㉠ n 과 90의 최대공약수는 18이고, n 은 7의 배수이다.
- ㉡ n 은 세 자리의 자연수이고, n 을 21로 나눈 몫은 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

33. 1부터 30까지의 곱 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 30$ 을 계산할 때, 끝자리에 계속되는 0의 개수를 구하여라.

34. 소인수분해를 이용하여 700의 약수의 개수를 구하시오.

35. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^2 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고, 최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

36. 사과 60개, 배 32개, 귤 42개를 가능한 한 많은 사람들에게 똑같은 개수로 골고루 나누어 주려고 하였더니 사과의 개수는 꼭 맞았으나 배는 2개가 남았고 귤은 3개가 부족하였다. 이 때, 나누어 줄 수 있는 사람의 수를 구하여라.

I. 집합과 자연수

2. 자연수의 성질

37. 화물차에 화물을 싣고 있다. 화물함의 적재함 바닥의 크기는 가로가 200cm, 세로가 360cm이다. 이 때, 화물의 높이는 180cm까지 쌓을 수 있다고 한다. 이 적재함에 가능한 한 큰 정육면체 모양의 화물로 빈틈없이 채우려 할 때, 다음 물음에 답하시오.

- (1) 이 화물의 한 변의 길이를 구하시오.
- (2) 이 화물을 몇 개 실을 수 있는가?

38. $\frac{120}{n}$ 과 $\frac{150}{n}$ 이 자연수가 되기 위한 n 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

39. 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 수 중에서 세 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

40. 자연수 n 의 약수의 개수를 $\langle n \rangle$ 로 나타낼 때, $\langle n \rangle \times \langle 360 \rangle = 96$ 을 만족하는 자연수 n 중에서 가장 작은 수를 구하시오.

41. 어떤 자연수 $A = 2^6 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 6자리의 수 ② 8자리의 수
- ③ 10자리의 수 ④ 12자리의 수
- ⑤ 14자리의 수

42. 어느 학급의 학생 수는 43명보다 많고 53보다 적다. 이 학급 학생을 2열로 세워도, 3열, 4열, 6열로 세워도 항상 1명이 남을 때, 이 학급의 학생을 5열로 세우면 몇 명이 남는가?

- ① 안 남는다. ② 1명 ③ 2명
- ④ 3명 ⑤ 4명

43. 90에 가능한 한 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱해야 하는지 구하여라.

44. 두 자연수 a, b 의 최소공배수를 $a \Delta b$, 최대공약수를 $a * b$ 라고 하자. $x = (12 \Delta 9) * 18$, $y = 12 \Delta (9 * 18)$ 일 때, $(x * y) \Delta 63$ 은?
 ① 18 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 126

45. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 3개의 수로 차례로 묶어 놓았다.

- (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (98, 99, 100)

이 때, 세 수의 합이 15의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하여라.

46. 720의 약수의 개수와 $16 \times 9 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

47. 가로, 세로, 높이가 각각 48cm, 90cm, 126cm인 직육면체의 나무토막을 쪼개어 될 수 있는 한 큰 정육면체의 주사위를 만들려고 한다. 이 때, 주사위는 모두 몇 개를 만들 수 있는지 구하여라.

48. $12 \times x$ 의 약수의 개수는 12개이다. 다음 중 x 가 될 수 없는 것은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

49. 어떤 수를 $\frac{18}{49}$, $\frac{15}{7}$ 로 나누어 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 분수를 구하시오.

1. 집합과 자연수

2. 자연수의 성질

50. 자연수 중에서 짝수가 다음 그림과 같이 5열에 계속적으로 배열된다. 이 때, 2002가 속하는 열을 구하여라.

1열	2열	3열	4열	5열
	2	4	6	
16	14	12	10	8
	18	20	22	
32	30	28	26	24
	34	36	38	

51. $\frac{28}{27}$ 과 $\frac{35}{36}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수를 구하여라.

1. 집합과 자연수

2. 자연수의 성질

(해답)

1. 15

[해설] $240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 어떤 자연수로 나누어 제곱수가 되려면 240을 3×5 로 나누면 $\frac{240}{3 \times 5} = \frac{2^4 \times 3 \times 5}{3 \times 5} = 2^4$ 이 되어 지수가 짝수가 되므로 어떤 자연수의 제곱이 된다.

2. 30명

[해설] 학생 수는 150, $(175 + 5)$, $(124 - 4)$ 의 최대공약수

$$\therefore 10 \times 3 = 30(\text{명})$$

10	150	180	120
3	15	18	12
	5	6	4

3. 44

[해설] 어떤 자연수는 $78 = 6 = 72$, $100 - 4 = 96$, $123 - 3 = 120$ 이므로 72, 96, 120의 공약수 중 6보다 큰 수이다.

72, 96, 120의 최대공약수는 24이고 24의 약수

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 중 6보다 큰 수는

8, 12, 24이다.

$$\therefore 8 + 12 + 24 = 44$$

4. ③

[해설]

2	4	5	6
	2	5	3

최소공배수 : $2 \times 2 \times 5 \times 3 = 60$

$$\therefore 60 \times 4 + 2 = 242(\text{명}) \quad \therefore 242 \div 7 = 34 \dots 4$$

$$\therefore 4(\text{명})$$

5. 41, 82

[해설] $\langle n \rangle = 18$ 이므로 100을 n 으로 나누었을 때, 나머지가 18이다. 즉, $100 - 18$ 은 n 의 배수이다. (n 으로 나누어 떨어지는 수이다.)

$100 - 18 = 82 = 2 \times 41$ 이므로 82의 약수는

1, 2, 41, 82뿐이다. 이 때, 18보다 큰 수는 41과

82이다.

6. 6

[해설] $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $2 \times 3 (= 6)$ 을 곱해야 어떤 수의 제곱이 된다.

7. 30개

[해설] 100 이하의 5의 배수는

$100 \div 5 = 20$ 개이고 200보다 작은 5의 배수는

$199 \div 5 = 39 \dots 4$ 이므로 39개다. 따라서, 100과 200 사이의 5의 배수는 $39 - 20 = 19(\text{개})$ 이다.

100 이하의 7의 배수는 $100 \div 7 = 14 \dots 2$ 이므로 14개이고 200보다 작은 7의 배수는

$199 \div 7 = 28 \dots 3$ 이므로 28개이다. 따라서, 100과 200 사이의 7의 배수는 $28 - 14 = 14(\text{개})$ 이다.

100 이하의 5와 7의 공배수, 즉 35의 배수는

$100 \div 35 = 2 \dots 30$ 이므로 2개이고, 200보다 작은 35의 배수는 $199 \div 35 = 5 \dots 24$ 이므로 5개이다.

따라서, 100과 200 사이의 35의 배수는 $5 - 2 = 3(\text{개})$ 이다.

100과 200 사이의 5 또는 7의 배수는

$$(5 \text{의 배수의 개수}) + (7 \text{의 배수의 개수}) - (35 \text{의 배수의 개수}) = 19 + 14 - 3 = 30(\text{개})$$

8. ①

[해설] n 은 144의 약수이므로 $144 = 2^4 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(4 + 1) \times (2 + 1) = 15(\text{개})$

9. 6, 12

[해설] 24를 소인수분해하면 $24 = 2^3 \times 3$ 에서

$24 \times A = 2^3 \times 3 \times A$ 가 제곱수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다. 따라서, A 의 값 중 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

이 때,

$$24 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (2^2 \times 3)^2 = 12^2 \text{이므로 } 12 \text{의 제곱이 된다.}$$

10. ⑤

[해설] A가 다시 켜질 때까지 걸리는 시간

$$10 + 2 = 12$$

B가 다시 켜질 때까지 걸리는 시간 $12 + 3 = 15$

C가 다시 켜질 때까지 걸리는 시간 $14 + 4 = 18$

$\therefore 12, 15, 18$ 의 최소공배수 180

11. 7

[해설] $9 \times 5^n = 3^2 \times 5^n$ 에서

$$(2+1) \times (n+1) = 24 \text{ 이므로 } n+1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

12. ①

[해설] 두 자리의 수 중에서 가장 큰 소수는

97이고 가장 작은 소수는 11이므로 $97 + 11 = 108$

13. ④

[해설] 24와 40의 최대공약수는 8이다.

14. ①

[해설]

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 30} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 45 \\ 5 \overline{) 10} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 15 \\ \hline 2 \quad 3 \end{array}$$

최소공배수 : $3 \times 5 \times 2 \times 3 = 90$

$$\therefore 15 \times 60 \div 90 = 10 \quad \therefore 10(\text{번})$$

15. 55 cm

[해설] 정사각형의 한 변의 길이는 $(13+1)$ 과

$(7+1)$ 의 최소공배수에서 1을 뺀 수이다. 즉,

14, 8의 최소공배수 56에서 1을 뺀 수

$$56 - 1 = 55 \text{이다.}$$

16. ⑤

[해설] 최소공배수는 $a \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 4 = 288$

$$a \times 48 = 288$$

$$\therefore a = 6$$

$$\begin{array}{cccc} a & 4 \times a & 6 \times a & 16 \times a \\ 2 & 4 & 6 & 16 \\ 2 & 2 & 3 & 8 \\ & 1 & 3 & 4 \end{array}$$

17. ⑤

[해설] $(24 \nabla 63)$ 은 24와 63의 최소공배수를 구하면 504이다.

$(504 \triangle 147)$ 은 504와 147의 최대공약수를 구하면 21이다.

18. 54

[해설]

$$\begin{array}{r} \\ 18 \overline{) 36} \quad N \quad 90 \\ 18 \times 2 \times a \times 5 = 540 \end{array}$$

$$\therefore a = 3$$

따라서, 구하는 수 $N = 18 \times 3 = 54$

19. ③

[해설] 48과 72의 최소공배수는 144

$$\therefore 144 \div 48 = 3$$

20. ③

[해설] 3과 5의 최소공배수가 15이므로 1호선과 4호선은 15분마다 동시에 정차하게 된다.

따라서, 오전 10시에서 오전 11시까지 동시에 정차하는 시각은 오전 10시, 오전 10시 15분, 오전 10시 30분, 오전 10시 45분, 오전 11시의 5번이다.

21. 해설 참조

[해설]

(예 1) 3과 5

$$\begin{array}{l} 3 = 1 \times 3 \\ 5 = 1 \times 5 \\ \hline 1 \times 3 \times 5 = 3 \times 5 \leftarrow \text{최소공배수} \end{array}$$

I. 집합과 자연수

2. 자연수의 성질

(예 2) 5와 12

$$5 = 1 \times 5$$

$$12 = \frac{2 \times 2 \times 3}{1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5} = 60 = 5 \times 12 \leftarrow \text{최소공배수}$$

∴ 서로소인 두 수의 최소공배수는 두 수의 곱과 같다.

22. 39명

[해설]

$$\begin{array}{r|l} 3 & 6 \quad 9 \quad 12 \\ 2 & 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

최소공배수 : $3 \times 2 \times 3 \times 2 = 36$

∴ $36 + 3 = 39$ (명)) _____

23. 13

[해설] $1 + 4 + 8 = 13$

24. ⑤

[해설] 50 이하의 3의 배수는

$50 \div 3 = 16 \dots 2$ 이므로 16개이다.

25. ②

[해설] 72와 60의 최대공약수는 12이다.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 72 \\ & 60 \\ \hline 2 & 12 \\ & 10 \\ & 6 \\ & 5 \end{array}$$

∴ 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 12cm이다.

26. 22

[해설] 같은 톱니에서 다시 맞물릴 때까지의 톱니의

수는 60과 28의 최소공배수 420개다.

$$\begin{array}{r} 2) 60 \quad 28 \\ 2) 30 \quad 14 \\ \hline 15 \quad 7 \end{array}$$

따라서 A는 60×7 회 = 420이고, B는 28×15 회 = 420이므로 $x = 7, y = 15$ 이다.

∴ $x + y = 7 + 15 = 22$

27. 12

[해설] $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는

$4 \times 3 = 12$ (개)

∴ $f(72) = 12$

$f(72) \times f(x) = 72$ 에서 $12 \times f(x) = 72$ 가 되므로 $f(x) = 6$

$f(x) = 6$ 을 만족하는 x 는 약수의 개수가 6개인 가장 작은 자연수를 구하면 된다.

∴ $x = 2^2 \times 3 = 12$

28. 160

[해설] $G \times 3 \times 4 = 240 \quad G \quad A \quad B$

∴ $G = 20$ 3 4

$A = G \times 3 = 20 \times 3 = 60,$

$B = G \times 4 = 20 \times 4 = 80$

∴ $A + B + G = 60 + 80 + 20 = 160$

29. 6

[해설] 어떤 수는 60의 약수이고,

$52 - 4 = 48$ 이므로 48의 약수이고,

$35 - 5 = 30$ 이므로 30의 약수도 되어야 한다.

따라서, 구하는 수는 60, 48, 30의 공약수 중 5보다 큰 수이다.

∴ 60, 48, 30의 최대공약수는 6이고 6의 약수 1, 2, 3, 6 중 5보다 큰 수는 6뿐이다.

30. 15

[해설] $240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 어떤 자연수로

나누어 제곱수가 되려면 240을 3×5 로 나누면

$$\frac{240}{3 \times 5} = \frac{2^4 \times 3 \times 5}{3 \times 5} = 2^4 \text{이 되어 지수가 짝수가}$$

되므로 어떤 자연수의 제곱이 된다.

31. ②

[해설] 조건을 만족하는 수는 3으로 나누거나 5로 나누어도 2가 모자라므로 두 자리 자연수 중 15의 배수에서 2가 모자라는 수이고 개수는

$100 \div 15 = 6 \dots 10$

∴ 6(개)

1. 집합과 자연수

2. 자연수의 성질

32. 756

[해설] ㉠에서 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$,

$n = 18 \times 7 \times a = 2 \times 3^2 \times 7 \times a$ (a 는 5의 배수가 아님)

㉡에서 n 은 세 자리의 자연수이고 a 는 7 이하의 자연수이므로 n 을 21로 나눈 몫은 제곱수가 되므로

$$\begin{aligned} n &= (3 \times 7) \times (2 \times 3 \times a) \\ &= (3 \times 7) \times (2^2 \times 3^2) = 756 \end{aligned}$$

33. 7개

[해설] 5, 15와 짝수의 곱에서 0이 2개 생기고 10, 20, 30에서 0이 3개 생기고 25와 4의 배수의 곱에서 0이 2개가 생긴다.

$$\therefore 2 + 3 + 2 = 7(\text{개})$$

34. 18개

[해설] 700을 소인수분해하면 $700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$

35. 5

[해설] 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$ 이므로 $2^a = 2^2$

$$\therefore a = 2$$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $3^b = 3^3$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

36. 15명

[해설] 구하는 사람의 수는 60, $(32 - 2)$, $(42 + 3)$ 의 최대공약수이다.

즉, 60, 30, 45의 최대공약수는 15이다.

37. (1) 20cm (2) 1620개

[해설] (1) 정육면체 모양의 가장 큰 화물의 한 변의 길이는 200, 360, 180의 최대공약수이므로

$$2 \times 2 \times 5 = 20(\text{cm})$$

(2) $(200 \div 20) \times (360 \div 20) \times (180 \div 20) = 1620(\text{개})$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 200 \ 360} \\ \underline{180} \\ 100 \ 180 \\ 2 \overline{) 100 \ 180} \\ \underline{90} \\ 50 \ 90 \\ 5 \overline{) 50 \ 90} \\ \underline{45} \\ 10 \ 18 \\ \ 9 \end{array}$$

38. 30

[해설] $\frac{120}{n}$ 과 $\frac{150}{n}$ 이 자연수가 되는 n 의 값 중 가장 큰 수는 120과 150의 최대공약수이므로

$$\begin{array}{r} \overline{) 120 \ 150} \\ \overline{) 60 \ 75} \\ \overline{) 30 \ 37.5} \\ 2 \overline{) 120 \ 150} \\ 3 \overline{) 60 \ 75} \\ 5 \overline{) 20 \ 25} \\ \overline{) 4 \ 5} \end{array}$$

$2 \times 3 \times 5 = 30$

39. 15개

[해설] 4로 나누면 3이 남고 \rightarrow 4로 나누면 1이 모자라고, 5로 나누면 4가 남고 \rightarrow 5로 나누면 1이 모자라고, 6으로 나누면 5가 남고 \rightarrow 6으로 나누면 1이 모자란다.

\therefore 어떤 수는 4, 5, 6으로 나누었을 때 1이 모자라는 수이다.

4, 5, 6의 최소공배수는 60 $\therefore 60 - 1 = 59$ 그런데 세 자리의 자연수 중에서 찾아야 하므로

1에서 100 사이의 (60의 배수 - 1)의 개수는 1개이고, 1에서 1000 사이의 (60의 배수 - 1)의 개수는 $1000 \div 60 = 16 \dots 40$ 이므로 16개이다.

\therefore 세 자리의 자연수 중 (60의 배수 - 1)의 개수는 $16 - 1 = 15(\text{개})$

40. 6

[해설] $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 360의 약수의 개수는 $(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24(\text{개})$

$\langle 360 \rangle = 24$ 이면 $\langle n \rangle \times 24 = 96$ 이므로

$$\langle n \rangle = 4$$

\therefore 약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는

$$2 \times 3 = 6$$

I. 집합과 자연수

2. 자연수의 성질

41. ②

[해설]

$$A = 2^6 \times 5^8 = 2^6 \times 5^6 \times 5^2 = (2 \times 5)^6 \times 5^2$$

$$= 25 \times 10^6 = 25000000$$

∴ 8자리의 수

42. ⑤

[해설] 2, 3, 4, 6의 최소공배수 12의 배수 중 43보다 크고 53보다 작은 수는 48이다.

∴ 학생 수는 $48 + 1 = 49$ (명)

$$49 \div 5 = 9 \dots 4$$

∴ 49명을 5열로 세우면 4명이 남는다.

43. 10

[해설] $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 5 = 10$ 을 곱해 주면

$$90 \times 10 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = (2 \times 3 \times 5)^2 = 30^2 \text{이 된다.}$$

44. ⑤

[해설]

$$x = (12 \triangle 9) * 18 = (12 \text{와 } 9 \text{의 최소공배수}) * 18$$

$$= 36 * 18 = (36 \text{과 } 18 \text{의 최대공약수}) = 18$$

$$y = 12 \triangle (9 * 18) = 12 \triangle (9 \text{와 } 18 \text{의 최대공약수})$$

$$= 12 \triangle 9 = (12 \text{와 } 9 \text{의 최소공배수}) = 36$$

$$\therefore (x * y) \triangle 63 = (18 * 36) \triangle 63$$

$$= (18 \text{과 } 36 \text{의 최대공약수}) \triangle 63$$

$$= 18 \triangle 63 = 126$$

45. 19묶음

[해설] 각 묶음의 세 수의 합은 가운데 수의

3배이므로 세 수의 합이 15의 배수가 되려면

$15 = 3 \times 5$ 이므로 가운데의 수가 5의 배수이면 된다.

따라서, 2, 3, 4, ..., 99 가운데 5의 배수의 개수는 $99 \div 5 = 19 \dots 4$ 이므로 19묶음이 된다.

46. 1

[해설] $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720의 약수의 개수는 $(4+1) \times (2+1) \times (1+1) = 30$ (개)이다.

$$16 \times 9 \times 5^a = 2^4 \times 3^2 \times 5^a \text{의 약수의}$$

개수는 $(4+1) \times (2+1) \times (a+1)$ 개이다.

$$5 \times 3 \times (a+1) = 30 \text{에서 } a+1 = 2$$

$$\therefore a = 1$$

47. 2520개

[해설] 정육면체의 한 변의 길이는 48, 90, 126의 최대공약수인 6cm이다.

가로 6cm×8개 = 48cm, 세로

6cm×15개 = 90cm, 높이 6cm×21개 = 126cm가

되므로 정육면체의 개수는 $8 \times 15 \times 21 = 2520$ (개)

$$\begin{array}{r} \overline{) 48 \ 90 \ 126} \\ 2 \ 48 \ 90 \ 126 \\ \hline 3 \ 24 \ 45 \ 63 \\ \ 8 \ 15 \ 21 \end{array}$$

48. ⑤

[해설] $12 \times x = 2^2 \times 3 \times x$ 의 약수의 개수가

12개가 되려면 $2^3 \times 3^2, 2^2 \times 3 \times 7, 2^5 \times 3, 2^2 \times 3^3, \dots$ 이 되어야 한다.

⑤ 10은 $2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 약수는 16개이다.

$$49. \frac{90}{7}$$

[해설] $\frac{b}{a} \div \frac{18}{49} = \frac{b}{a} \times \frac{49}{18}$,

$$\frac{b}{a} \div \frac{15}{7} = \frac{b}{a} \times \frac{7}{15} \text{의 값이 자연수가 되는 가장}$$

작은 분수를 구해야 하므로 a 는 7과 49의 최대공약수가 되어야 하고, b 는 18과 15의 최소공배수가 되어야 한다.

$$\therefore \frac{90}{7}$$

50. 제 2열

[해설] 그림에서 제 1열은 16의 배수이고

제 2열은 (16의 배수) + 2, (16의 배수) - 2

제 3열은 (16의 배수) + 4, (16의 배수) - 4

제 4열은 (16의 배수) + 6, (16의 배수) - 6

제 5열은 (16의 배수) + 8, (16의 배수) - 8

$2002 = 16 \times 125 + 2$ 이므로 (16의 배수) + 2가 속하는 열에 있다.

51. $\frac{108}{7}$

[해설] $\frac{28}{27} \times \frac{b}{a}$ 와 $\frac{35}{36} \times \frac{b}{a}$ 가 자연수가 되려면

a 는 28과 35의 최대공약수 7, b 는 27과 36의

최소공배수 108이다.