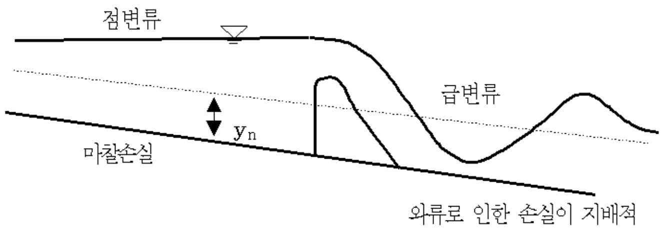
제 1 장 개수로

1.1 정상부등류 해석의 개요

• 정상부등류란 임의 단면에서의 흐름 특성이 시간에 따라서는 변하지 않으나 공간적으로는 변하는 흐름을 의미하며 수면곡선이 정상등류와는 달리 수로바닥과 평형하지 않은 흐름

• 정상부등류 해석의 주요 목적은 각종 흐름상태에서의 수면곡선 및 에너지선의 계산으로 점변류(gradually varied flow, GVF)와 급변류(rapidly varied flow, RVF)로 분류



• 점변류는 상당한 구간에 걸쳐 특성이 변하는 흐름으로, 경계면의 마찰손실을 고려

• 급변류는 짧은 구간내에서 큰 변화가 생기는 흐름으로, 경계면 마찰손실보다 와류로 인한 손실이 지배적이 되며, 통상 수로단면이 급변할 경우 발생

1.2 비에너지와 한계수심

가. 비에너지의 정의

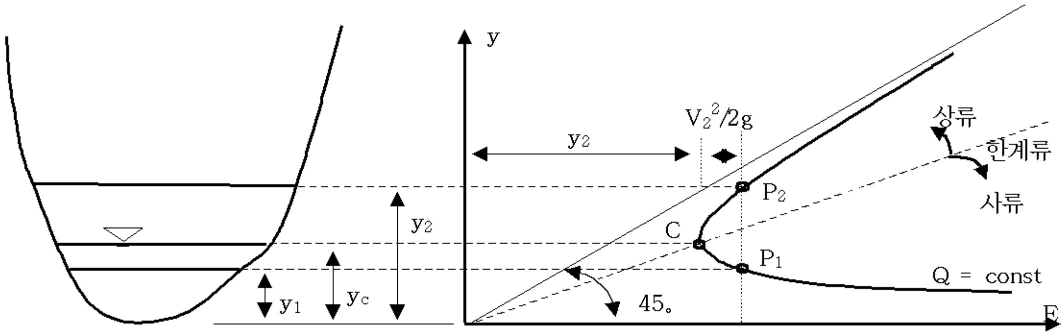
• 비에너지(specific energy) : 수로 바닥을 기준으로 하여 측정한 단위무게의 물이 가지는 흐름의 에너지, $E = y + \frac{V^2}{2g}$

• 정상등류는 모든 구간에서 비에너지가 일정하고 에너지선은 수로 바닥과 평형이나, 정상부등류는 에너지선이 하류로 경사지며 비에너지는 수로형상과 흐름조건에 따라 증가 혹은 감소

나. 수심에 따른 비에너지의 변화

• 비에너지와 수심간의 관계는 비에너지곡선(specific energy curve)으로 표시할 수 있고, C에서의 수심을 한계수심(critical depth), 이때 평균유속을 한계유속(critical velocity) V_c이라 하며, 한계수심은 주어진 단면에서 최소비에너지를 유지하며 일정유량 Q를 흘릴 수 있는 수심

• 최소 비에너지보다 큰 비에너지를 가지는 수심은 그림과 같이 한계수심보다 큰 수심(y_2)과 작은 수심(y_1)의 2개가 있으며 이를 대응수심(alternate depths)이라 함



• 비에너지의 최소조건을 구하기 위해

$V = Q/A$를 대입하면 $E = y + \dfrac{Q^2}{2gA^2}$으로 이 식을 미분하면 $\dfrac{dE}{dy} = 1 - \dfrac{Q^2}{gA^3}\dfrac{dA}{dy}$

이며, $dA/dy = T$(수면폭)이므로 $\dfrac{dE}{dy} = 1 - \dfrac{Q^2 T}{gA^3} = 1 - \dfrac{V^2}{g\left(\dfrac{A}{T}\right)} = 1 - \dfrac{V^2}{gD}$

• $D = A/T$는 수리평균심(hydraulic mean depth), $dE/dy = 0$으로 놓으면 $\dfrac{Q^2 T}{gA^3} = \dfrac{V^2}{gD} = 1$

• 상기 식은 비에너지가 최소가 되는 조건으로 한계수심이 발생하며, 한계수심에 상응하는 한계유속 V_c와 수리평균심 D_c를 사용하면 $\dfrac{Q^2 T_c}{gA_c^3} = \dfrac{V_c^2}{gD_c} = F^2 = 1$

여기서 $F = V/\sqrt{gD}$는 Froude수로서 흐름의 중력에 대한 관성력의 비 혹은 흐름의 평균유속에 대한 표면파의 전파속도의 비

• $F = 1$일 때 한계수심으로 비에너지는 최소가 되며 흐름상태는 한계류(critical flow), 수심이 한계수심보다 작은 $D < D_c$ 인 경우 $F > 1$이며 흐름상태는 사류(supercritical flow), 수심이 한계수심보다 큰 $D > D_c$인 경우 $F < 1$이 되고 흐름상태는 상류(subcritical flow)

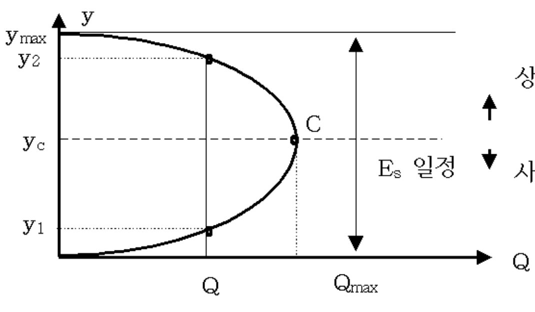
• 사류인 $F > 1$일 때 $V > \sqrt{gD}$로 평균유속 V가 표면파의 전파속도 $\sqrt{gD}$보다 크므로 흐름의 표면에 생긴 표면파는 상류로 전파되지 못하지만, 상류인 $F < 1$일 때 $V < \sqrt{gD}$가 되어 표면파의 전파속도가 흐름의 평균유속보다 크므로 표면에 생긴 와류는 상류방향으로 전파 가능하며, 이와 같은 특성은 점변류 계산 방향을 결정

다. 수심에 따른 유량의 변화

• 유량이 최대가 되는 경우를 제외하면 한 개의 유량에 대응하는 수심은 항상 2개

• 비에너지가 일정할 때 유량이 최대가 되는 조건은 수심이 한계수심인 경우

$$\frac{Q_{max}^2 T_c}{gA_c^3} = 1$$



라. 한계수심의 계산

• 수면폭과 수심의 관계가 간단한 관계식으로 표시되면 한계수심을 쉽게 계산할 수 있으며 예로써 수면폭이 T인 구형단면 수로를 생각하면 $A = Ty$이므로 한계수심에 관한 조건식은

$$\frac{Q^2 T_c}{g A_c^3} = \frac{Q^2 T_c}{g T_c^3 y_c^3} = \frac{q^2}{g y_c^3} = 1$$

여기서 $q = Q/T$는 수로의 단위폭당 유량

• 한계수심은 $y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$, 한계유속은 $q = \sqrt{g y_c^3}$에서 $V_c = \frac{q}{y_c} = \sqrt{g y_c}$

• 유량이 일정할 때 한계수심에서 최소비에너지가 발생하며 $E_{min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g} = \frac{3}{2} y_c$로 한계수심과 비에너지와의 관계는 $y_c = \frac{2}{3} E_{min}$

• 복잡한 수로단면의 한계수심은 한계수심에 관한 조건식을 $\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^2}{T_c}$으로 나타낼 수 있으며 이 식 좌변의 유량이 주어지면 다음과 같이 시행착오법으로 구할 수 있다. 즉, 우변의 수심 y를 가정하여 A와 T를 구한 후 위 관계식이 성립할 때까지 시행착오법으로 풀어서 한계수심을 계산. 이때, 한계수심의 초기가정치로는 주어진 단면과 비슷한 구형단면에서의 한계수심을 계산하여 사용하면 수렴이 빠름

마. 수로경사의 분류

• 개수로 흐름의 수심은 수로경사에 가장 큰 영향을 받으며, 개수로 등류의 수심이 한계수심과 동일하게 유지되도록 했을 때의 수로경사를 한계경사(critical slope) S_c라 하고 이때의 흐름을 한계등류(critical uniform flow)

• 한계경사는 Manning의 공식으로부터 $S_c = \frac{n^2 V^2}{R_{hc}^{4/3}} = \frac{n^2 g D_c}{R_{hc}^{4/3}}$

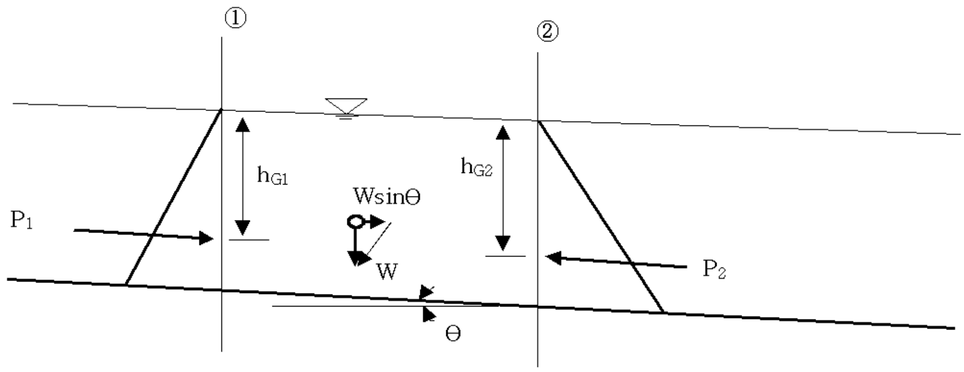
여기서 R_{hc}, D_c는 각각 한계수심에 대응하는 동수반경 및 수리평균심

• 자연하천의 경우처럼 수심에 비해 폭이 대단히 큰 광폭구형단면의 경우에는 $D_c \simeq R_{hc} \simeq y_c$로 가정할 수 있으므로 이를 위 식에 대입하면 $S_c = \frac{n^2 g}{y_c^{1/3}}$

• 유량이 일정할 때 한계경사 S_c보다 작은 수로경사를 가지는 수로의 등류수심은 한계수심보다 커져서 상류가 되고 이때의 수로경사는 완경사(mild slope)라고 함. 반대로 한계경사보다 큰 수로경사를 가지는 수로의 등류수심은 한계수심보다 작아져서 사류상태가 되고 이때의 수로경사는 급경사(steep slope)로 구분

상류	:	완경사	$y > y_c$	$V < V_c$	F<1
한계류	:	한계경사	$y = y_c$	$V = V_c$	F =1
사류	:	급경사	$y < y_c$	$V > V_c$	F>1

1.3 비력



• 짧은 구간의 단면 ①-②간의 부등류흐름에서 수로바닥의 경사각 $\theta \simeq 0$, 운동량 보정계수 $\beta_1 \simeq \beta_2 \simeq 1$이라 가정하면 단면 ①-②간 무게의 흐름방향 성분 $W\sin\theta \simeq 0$이고, 짧은 구간 L 사이에 발생하는 마찰력 $F_f \simeq 0$으로 가정할 수 있으며 이때 역적-운동량 방정식은

$$P_1 - P_2 = \rho Q(V_2 - V_1)$$

• 위에서 P_1, P_2는 단면 ①, ②에서 정수압으로 $P_1 = \gamma h_{G1} A_1$, $P_2 = \gamma h_{G2} A_2$

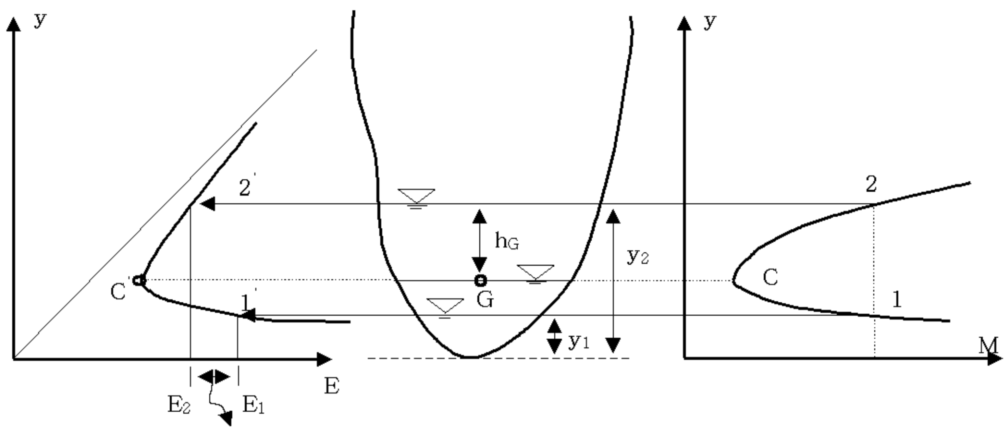
여기서 h_{G1}, h_{G2}는 수면으로부터 단면 ①, ②의 도심까지의 수심

• 정수압을 역적-운동량방정식에 대입하면 $\gamma h_{G1} A_1 + \rho Q V_1 = \gamma h_{G2} A_2 + \rho Q V_2$으로 양변을 γ로 나누고 $V_1 = Q/A_1$, $V_2 = Q/A_2$를 대입하면 다음과 같이 표시

$$h_{G1} A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} = h_{G2} A_2 + \frac{Q^2}{g A_2}$$

• 상기 식의 양변은 물의 단위무게당 정수압항과 동수압항(운동량항)으로 구성되어 있으며 단면 ①과 ②에서 값이 동일하게 나타나고 있으며 이를 일반식으로 나타내면 다음과 같이 표시할 수 있으며 이때 M을 비력(specific force)으로 정의

$$M = h_G A + \frac{Q^2}{g A} = \text{Constant}$$



△E = E1-E2 에너지 손실

• 임의 단면에 일정한 유량이 흐를 경우 수심에 따른 비력의 크기 변화는 비력곡선(specific-force curve)으로 표시할 수 있고, 한 개의 비력에 대응하는 수심은 비력이 최소가 되는 경우인 점 C를 제외하고는 항상 y_1, y_2의 두 개가 존재

• 비력이 최소가 되는 조건은 $\frac{Q^2 T}{g A^3} = 1$으로, 이 식은 $F^2 = 1$(혹은 $F = 1$)임을 나타내며 이때의 수심은 한계수심이므로 즉, 일정한 유량이 주어졌을 때 비력은 한계수심 y_c에서 최소

• 비에너지 곡선과 비력곡선을 비교하면, 비에너지 E_1을 가지고 흐를 수 있는 수심은 사류인 y_1과 상류인 y_2'의 두 개가 있으며 마찬가지로 비력 M_1으로 흐를 수 있는 수심도 사류인 y_1과 상류인 y_2의 두 개가 존재

• 흐름의 어떤 구간에서 비력 M_1이 일정하게 유지되려면 수심이 초기수심(initial depth) y_1에서 공액수심(sequent depth) y_2로 변해야 하며 이때 $\Delta E = E_1 - E_2$의 에너지 손실이 발생하며 이와 같은 현상의 대표적인 예는 도수(hydraulic jump) 현상

• 폭 T인 구형단면에서 $h_G = (1/2)\,y$, $A = T\,y$를 비력에 관한 식에 대입하면

$$M' = \frac{y^2}{2} + \frac{q^2}{g y} = \text{Constant}$$

• 위에서 비력이 최소가 되는 조건은 $F = 1$일 때이며 한계수심 $y_c = \sqrt[3]{q^2/g}$일 때 성립

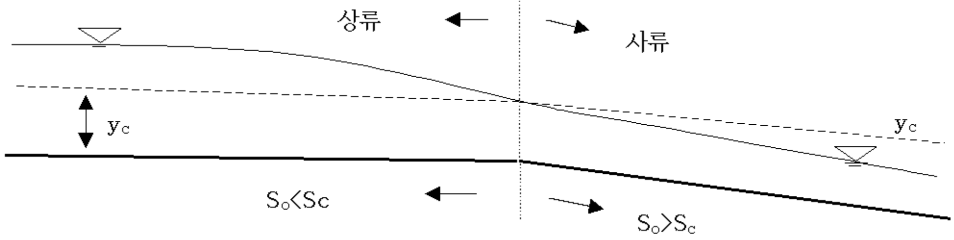
$$\frac{q^2}{g y^3} = 1 \qquad \text{또는} \qquad \frac{V^2}{g y} = 1$$

1.4 흐름상태의 전환

가. 상류에서 사류로의 전환

• 수로단면이 흐름방향으로 변화하지 않고 단면내에 유량이 일정하게 유지될 때 수로경사를 한계경사보다 작은 상태에서 큰 상태로 서서히 증가시킬 경우, 수로단면이 일정하므로 한계수심은 수로바닥과 평행할 것이며, 수심은 한계수심보다 큰 상태에서 점점 작아져 한계수심과 같아졌다가 한계수심보다 작아지는 형태로 전환 즉, 흐름은 상류에서 한계류를 거쳐 사류로 전환

• 상류에서 사류로의 전환은 비교적 완만하여 에너지의 손실은 거의 없으며 한계수심에서 에너지가 최소

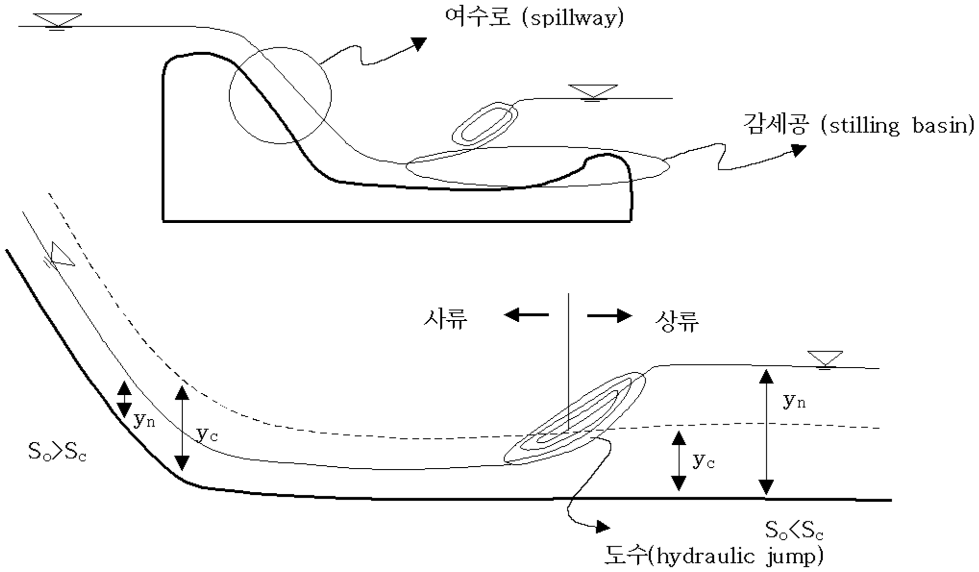


나. 사류에서 상류로의 전환

• 수로경사가 급경사에서 완경사 혹은 수평경사로 변할 경우의 흐름은 댐 여수로(spillway) 하단부에 있는 감세공(stilling basin)내에서 발생하는 흐름을 예로 들 수 있으며, 여수로는 통상 급경사이므로 월류흐름은 사류이고 감세공내의 흐름은 등류수심 y_n을 가지는 상류이기 때문에 두 흐름이 연결되는 어떤 구간에서는 사류에서 상류로의 흐름상태 전환이 발생

• 사류에서 상류로 전환되는 경우 상류에서 사류로의 전환과 달리 마찰로 인한 비에너지의 손실이 크고 수심도 한계수심을 넘어 크게 증가하며, 물의 밀도가 정상적인 경우보다 작아지고 수표면이 불안정하게 되나 짧은 구간내에서 안정을 회복

• 이와 같은 현상을 도수(hydraulic jump)라 하며 고속흐름의 감세에 의해 세굴을 방지함으로써 하천구조물을 보호하거나 오염물질을 강제 혼합시키거나 혹은 유량측정수로(flume) 상류의 수두를 증가시키는 수단으로 이용



1.5 도수의 해석

• 도수현상은 상당한 내부에너지 손실을 수반하므로 Bernoulli 방정식보다는 역적-운동량 방정식을 이용하여 해석하고, 도수가 발생할 경우 감세효과를 짧은 구간내에 달성하기 위해 통상 구형단면의 수평수로에서 발생하도록 함. 따라서 구형단면 수로의 역적-운동량 방정식은

$$\frac{y_1^2}{2} + \frac{q^2}{gy_1} = \frac{y_2^2}{2} + \frac{q^2}{gy_2}$$

여기서 y_1, y_2는 도수전 초기수심 및 도수후 공액수심, q는 구형단면 수로의 단위폭당 유량

• 양변에 $y_1y_2/(y_2-y_1)$를 곱하면 $y_1y_2^2 + y_1^2y_2 - \frac{2q^2}{g} = 0$

• 양변을 y_1^3으로 나누면 $\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{y_1}\right) - \frac{2q^2}{gy_1^3} = 0$

• $q^2/gy_1^3 = F_1^2$을 대입하고 y_2/y_1에 관하여 풀면

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left[-1 + \sqrt{1 + 8F_1^2}\right] \text{ 또는 } \frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2}\left[-1 + \sqrt{1 + 8F_2^2}\right]$$

• 상기 식은 도수 전후 수심 즉, 초기수심과 공액수심의 비를 표시하며 이는 흐름의 Froude 수만의 함수로 표시 가능.도수의 경우에는 y_1이 y_2보다 작은 경우이므로 $F_1 > 1$일 때 즉, 도수 전 흐름이 사류일 때만 도수현상 발생이 가능

• 도수로 인한 에너지 손실 ΔE는 도수전 흐름에너지 E_1과 도수후 흐름에너지 E_2의 차

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) - \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g}\right) = (y_1 - y_2) + \frac{q^2}{2g}\left(\frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_2^2}\right)$$
$$= (y_2 - y_1) + \left(\frac{q^2}{2g}\frac{(y_2 + y_1)}{y_1^2 y_2^2} - 1\right)$$

• $\frac{1}{2}(y_1 + y_2) = \frac{q^2}{g y_1 y_2}$를 이 식에 대입하여 정리하면 도수로 인한 에너지의 손실은 도수 전후의 수심만 $\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2}$로 계산 가능

• 도수 전후의 수심 y_1, y_2에 대한 비력은 동일하나 도수후의 수심 y_2에 대응하는 비에너지 E_2는 도수전의 수심 y_1에 대응하는 비에너지 E_1보다 ΔE만큼 작아짐

• 도수와 관련된 구조물 설계에서 도수발생 구간의 길이도 관심사로 해석적 및 실험적 연구가 많으나 문제의 복잡성 때문에 권위있는 공식을 추천할 수 없는 실정이며, 지금까지의 연구결과를 종합하면 도수의 길이는 도수후의 수심 y_2의 약 4~6배 정도

예제 5) 댐 여수로 아래의 감세공 상에서 도수가 발생한다. 감세공의 단면은 구형이며, $q = 2\ m^3/sec \cdot m$, $y_1 = 0.5m$ 도수후의 수심 (y_2)을 구하고 △E를 마력으로 구하라.

풀이) $V_1 = \frac{q}{y_1} = \frac{2}{0.5} = 4m/sec$, $F_1^2 = \frac{V_1^2}{gy_1} = \frac{4^2}{9.8 \times 0.5} = 3.27$

$$\therefore y_2 = \frac{y_1}{2}\left(-1+\sqrt{1+8F_1^2}\right) = \frac{0.5}{2}\left(-1+\sqrt{1+8\times3.27}\right) = 1.05m$$

$$\Delta E = \frac{(y_2-y_1)^3}{4y_1y_2} = \frac{(1.05-0.5)^3}{4\times0.5\times1.05} = 0.079m$$

또는 $V_2 = \frac{q}{y_2} = \frac{2}{1.05} = 1.90m/sec$

$$\Delta E = \left(0.5+\frac{4^2}{2\times9.8}\right)-\left(1.05+\frac{1.90^2}{2\times9.8}\right) = 1.316-1.234 = 0.082m$$

$$P = \frac{\gamma Qh}{75} = \frac{1000\times2\times0.079}{75} = 2.11 HP/m$$