◉ 수리(나) 영역 ◉ 정답

1. ②	2. ④	3. ③	4. ②	5. ③
6. ⑤	7. ③	8. ⑤	9. ④	10. ①
11. ①	12. ②	13. ④	14. ⑤	15. ③
16. ②	17. ④	18. ①	19. ⑤	20. ②
21. ①	22. 13	23. 12	24. 21	25. 11
26. 9	27. 14	28.513	29. 36	30. 86

1. 로그

$\log_2 3 \bullet \dfrac{4}{3} = \log_2 4 = 2$

정답: ②

2. 행렬의 연산

$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$의 모든 성분 합은 3,

$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$의 모든 성분 합은 3,

따라서 $A+2B$ 의 모든 성분 합은

$3+2\times 3 = 9$ 이다.

정답: ④

3. 함수의 극한

함수 $y = x^2+2x+3$ 은 모든 실수 x 에 대하여 연속이므로

$\lim_{x\to 0}(x^2+2x+3) = 0^2+2\cdot 0+3 = 3$

정답: ③

4. 행렬과 그래프

각 꼭짓점에서 나온 변의 수

=2+3+3+3+3+3+2=16

성분 중 0의 개수=전체 성분의 수 – 1의 개수

= 36-16=20

정답: ②

5. 함수의 극한

$x\to 1$ 일 때, (분모)$\to 0$ 이므로 (분자)$\to 0$ 이어야 하므로

$\lim_{x\to 1}(x^2+ax) = 0 \quad \therefore 1+a = 0 \quad \therefore a = -1$

따라서

준식$= \lim_{x\to 1}\dfrac{x^2-x}{x-1} = \lim_{x\to 1} x = 1 \quad \therefore b = 1$

$\therefore a+b = 0$

정답: ③

6. 함수의 극한

$\lim_{x\to -0} f(x) + \lim_{x\to 1+0} f(x) = 2+1 = 3$

정답: ⑤

7. 로그

$\log P_1 = 8.11 - \dfrac{1750}{15+235}$

$\log P_2 = 8.11 - \dfrac{1750}{45+235}$

$\log P_2 - \log P_1 = \log \dfrac{P_2}{P_1}$

$= 8.11 - \left(\dfrac{1750}{280}\right) - 8.11 - \left(\dfrac{1750}{250}\right)$

$= \dfrac{3}{4}$

$\therefore \dfrac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{3}{4}}$

정답: ③

8. 등비수열

$b_n = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2$

$= (a_{n+1}-a_n)(a_{n+1}+a_n)$

$= 2^{n-1}\times 3\cdot 2^{n-1}$

$= 3\cdot 4^{n-1}$

따라서 $\dfrac{b_6}{b_3} = \dfrac{3\cdot 4^{6-1}}{3\cdot 4^{3-1}} = 4^3 = 64$

정답: ⑤

9. 함수의 극한

$\lim_{x\to 2}\dfrac{f(x-2)}{x^2-2x} = 4$ 에서

$x-2 = t$ 로 치환하면 $x\to 2$ 일 때 $t\to 0$ 이므로

$\lim_{x\to 2}\dfrac{f(x-2)}{x^2-2x}$

$= \lim_{t\to 0}\dfrac{f(t)}{(t+2)t}$

$= \lim_{t\to 0}\dfrac{1}{t+2}\times\dfrac{f(t)}{t}$

$= \lim_{t\to 0}\dfrac{1}{t+2}\times\lim_{t\to 0}\dfrac{f(t)}{t}$

$= \dfrac{1}{2}\times\lim_{t\to 0}\dfrac{f(t)}{t} = 4$

따라서 $\lim_{t\to 0}\dfrac{f(t)}{t} = \lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x} = 8$

정답: ④

10. 다항함수의 미분법 활용

점 P 의 위치 $f(t) = 2t^2-2t$ 이므로

점 P 의 속도 $f'(t) = 4t-2$ 이다.

따라서 점 P 는 원점에서 음의 방향으로 움직이다가 $t = \dfrac{1}{2}$ 일 때, 양의 방향으로 진행한다.

점 Q 의 위치 $g(t) = t^2-8t$ 이므로

점 Q 의 속도 $g'(t) = 2t-8$ 이다.

따라서 점 Q 는 원점에서 음의 방향으로 움직이다가 $t = 4$ 일 때, 양의 방향으로 진행한다.

따라서 두 점 P, Q 의 방향이 반대인 시각 t 의 범위는 $\dfrac{1}{2} < t < 4$ 이다.

정답: ①

11. 여러 가지 수열

$\sum_{k=1}^{10}\dfrac{S_{k+1}-S_k}{S_k S_{k+1}} = \sum_{k=1}^{10}\left(\dfrac{1}{S_k}-\dfrac{1}{S_{k+1}}\right)$

$= \left(\dfrac{1}{S_1}-\dfrac{1}{S_2}\right)+\left(\dfrac{1}{S_2}-\dfrac{1}{S_3}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{S_{10}}-\dfrac{1}{S_{11}}\right)$

$= \dfrac{1}{3}$

$\therefore \dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{S_{11}} = \dfrac{1}{3} \quad \therefore S_{11} = 6$

정답: ①

12. 무한등비급수

$AB_1 : AB_2 = 3:2 = 1:\dfrac{2}{3}$

넓이의비 $S_1 : S_2 = 1^2 : \left(\dfrac{2}{3}\right)^2$ 이므로 공비는 $\dfrac{4}{9}$

$S_1 =$ 부채꼴 $-$ 정삼각형

$S_1 = \dfrac{1}{2}\bullet 1^2\bullet\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

구하려는 전체의 넓이

$= \dfrac{S_1}{1-r} = \dfrac{\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}}{1-\dfrac{4}{9}} = \dfrac{6\pi-9\sqrt{3}}{20}$

정답: ②

13. 다항함수의 미분법 – 최대 최소

$f'(x) = 3x^2-6x = 3x(x-2)$

$f'(x) = 0$ 인 $x = 0, 2$ 이다.

따라서 닫힌구간 $[1, 4]$ 에서 $x = 2$ 일 때 극소이자 최소이고 $x = 4$ 일 때 최댓값을 갖는다.

$\therefore$ 최댓값 M은 $f(4) = 16+a$

최솟값 m 은 $f(2) = -4+a$

$M+m = 20$ 이므로 $12+a = 20$

따라서 $a = 4$

정답: ④

14. 역행렬

ㄱ. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

ㄴ. $A\in S$ 이므로 $A^2 = A$

또한 A^{-1} 가 존재 $A^2A^{-1} = AA^{-1}$

$\therefore A = E$

ㄷ. $A+E\in S$ 이므로

$(A+E)^2 = A+E$

$A^2+2A+E = A+E$

$\therefore A^2 = -A$

$(A^2)^2 = A^2$ 이므로 참이다

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

정답: ⑤

15. 수학적 귀납법

$a_1 = 2 = 1+1$
$a_3 = a_1 + 1 = 2+1$
$a_5 = a_3 + 1 = 3+1$
$\therefore a_{2k-1} = k+1$
$a_2 = 0+1$
$a_4 = a_2 + 1 = 1+1$
$a_6 = a_4 + 1 = 2+1$
$\therefore a_{2k} = k =$ (가)
또한 $S_n = a_n a_{n+1}$ 이므로
$S_n \begin{cases} (k+1)k & (n=2k-1) \\ k(k+2) \text{ (나)} & (n=2k) \end{cases}$
$f(k) = k \ \therefore f(6) = 6$
$g(k) = k(k+2) \ \therefore g(7) = 63$
$f(6) + g(7) = 69$

정답: ③

16. 여러 가지 수열

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근이 $\alpha,\ \beta$ 이므로
$x^2 - 2x - 1 = (x-\alpha)(x-\beta) = 0$ 이다.
따라서 $(k-\alpha)(k-\beta) = k^2 - 2k - 1$ 이다.
$\therefore \sum_{k=1}^{10}(k-\alpha)(k-\beta) = \sum_{k=1}^{10}(k^2 - 2k - 1)$
$= \frac{1}{6} \cdot 10 \cdot 11 \cdot 21 - 2 \cdot 55 - 10$
$= 265$

정답: ②

17. 접선의 방정식

$y' = 3x^2 - 5$ 이므로 점 $\mathrm{A}(1,\ -4)$ 에서의 접선의 방정식은 $y+4 = -2(x-1)$
$\therefore y = -2x - 2 \ \cdots$ ①
곡선 $y = x^3 - 5x$ 와 ①의 교점을 구하면
$x^3 - 5x = -2x - 2$
$\Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$
$\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2) = 0$
$\therefore x = 1,\ x = -2$
따라서 점 B의 좌표는 $(-2,\ 2)$ 이다.
$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-2-1)^2 + (2-(-4))^2}$
$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

정답: ④

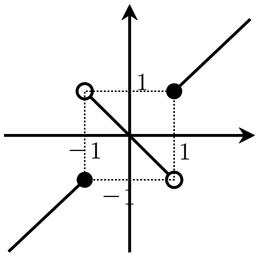
18. 무한등비급수

$x^n = (-3)^{n-1}$
$n=2 \quad x^2 = (-3)^1 \ \therefore a_2 = 0$
$n=3 \quad x^3 = (-3)^2 \ \therefore a_3 = 1$
$n=4 \quad x^4 = (-3)^3 \ \therefore a_4 = 0$
$n=5 \quad x^5 = (-3)^4 \ \therefore a_5 = 1$
$\cdots$
$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = \frac{a_3}{2^3} + \frac{a_4}{2^4} + \frac{a_5}{2^5} + \cdots$
$= \frac{1}{2^3} + \frac{0}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{0}{2^5} + \cdots$
$= \frac{\frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{6}$

정답: ①

19. 함수의 연속

함수 $f(x) = \begin{cases} x & (|x| \geq 1) \\ -x & (|x| < 1) \end{cases}$ 의 그래프는 다음과 같다



ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 불연속점은 2개다. (참)
ㄴ. 극한값 $\lim_{x\to1}(x-1)f(x) = 0$
함숫값 $(1-1)f(1) = 0$ 이므로
함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다. (참)
ㄷ.
$\lim_{x\to1}\{f(x)\}^2$
$= \begin{cases} \lim_{x\to1+0}\{f(x)\}^2 = 1^2 = 1 \\ \lim_{x\to1-0}\{f(x)^2\} = (-1)^2 = 1 \end{cases}$ 이고,
$\{f(1)\}^2 = 1^2 = 1$ 이므로
함수 $\{f(x)\}^2$ 은 $x=1$ 에서 연속이다.
$\lim_{x\to-1}\{f(x)\}^2$
$= \begin{cases} \lim_{x\to-1+0}\{f(x)\}^2 = 1^2 = 1 \\ \lim_{x\to-1-0}\{f(x)^2\} = (-1)^2 = 1 \end{cases}$
$\{f(-1)\}^2 = (-1)^2 = 1$
함수 $\{f(x)\}^2$ 은 $x=-1$ 에서 연속이다.
따라서 함수 $\{f(x)\}^2$ 은 모든 실수 전체의 집합에서 연속이다. (참)
옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

정답: ⑤

20. 함수의 극한

$\lim_{n\to\infty}\frac{|nf(a)-1| - nf(a)}{2n+3} = 1$ 에서
$f(a) \geq \frac{1}{n}$ 일 때,
$\lim_{n\to\infty}\frac{nf(a)-1-nf(a)}{2n+3} = \lim_{n\to\infty}\frac{-1}{2n+3} = 0$
이므로 모순이다. 따라서 $f(a) < \frac{1}{n}$ 이다.

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{|nf(a)-1| - nf(a)}{2n+3}$
$= \lim_{n\to\infty}\frac{-nf(a)+1-nf(a)}{2n+3}$
$= \lim_{n\to\infty}\frac{1-2nf(a)}{2n+3} = 1$ 이므로
$f(a) = -1$ 이어야 한다.
따라서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = -1$ 의 교점의 개수는 2개다.

정답: ②

21. 로그 - 상용로그

$\log x = n + \alpha$
($n \leq 1$인 음 아닌 정수, $0 \leq \alpha < 1$)라고 하면
$\log 2x = \log x + \log 2$
$= n + \alpha + \log 2$ 이므로
부등식 $f(2x) \leq f(x)$ 이 성립하려면
$\alpha + \log 2 \geq 1$ 이어야 한다.
$\therefore 1 - \log 2 \leq \alpha < 1$
$\Leftrightarrow \log 5 \leq \alpha < 1$
따라서 $f(2x) \leq f(x)$ 를 만족하는 자연수 x는
$5 \leq x < 10,\ 50 \leq x < 100$ 이므로
개수는 55이다.

정답: ①

22. 다항함수의 미분법 - 미분계수

$f'(x) = 2x + 7 \quad \therefore f'(3) = 2\cdot3 + 7 = 13$

정답: 13

23. 함수의 극한

조건식에서
$n\to\infty$ 일 때, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴이고 수렴했으므로 분자는 n에 관한 1차식이어야 한다.
$\therefore a = 0,\ b = 12$
$\therefore a + b = 12$

정답: 12

24. 등차수열

$a_{10} + a_6 = 6 \ \cdots$① $\quad a_{10} - a_6 = -12 \ \cdots$②
①, ②를 연립하면
$a_{10} = -3,\ a_6 = 9$ 이다.
$\frac{a_2 + a_{10}}{2} = a_6$ 이므로 $a_2 = 21$

정답: 21

25. 로그 부등식

진수 조건에서 $7-x > 0,\ 7+x > 0$
$\therefore -7 < x < 7$
주어진 부등식을 정리하면
$\log_2(49 - x^2) > \log_2 16$
$\Leftrightarrow 49 - x^2 > 16$
$\therefore x^2 < 33$
만족하는 정수 x는 $-5 \leq x \leq 5$ 이므로
11 개다.

정답: 11

26. 역행렬과 일차연립방정식

주어진 연립방정식의 해가 $x=5,\ y=4$ 이므로
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = A^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
$\therefore p = 5,\ q = 4$
$\therefore p + q = 9$

정답: 9

27. 다항함수의 미분법

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=9$ 에서 분모$\to0$ 이므로
분자 $\to0$이어야 하므로
$\lim_{x\to1}\{f(x)-5\}=0$
$\therefore \lim_{x\to1}f(x)=5$
$f(x)$가 다항함수이므로 $f(1)=5$
또한
$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$
$\therefore f'(1)=5$
$g'(x)=f(x)+xf'(x)$ 이므로
$g'(1)=f(1)+1\cdot f'(1)=5+9=14$

정답: 14

28. 귀납적 추론

준식의 양변을 역수 취하면
준식을 역수 취하면
$n<\frac{k}{a_n}<n+2$이고
$a_n n<k<a_n(n+2)$
$a_1=2$
$n=1$ $a_1 1<k<a_1 3$ $\therefore 2<k<6$ $a_2=3$
$n=2$ $a_2 2<k<a_2 4$ $\therefore 6<k<12$ $a_3=5$
$n=3$ $a_3 3<k<a_3 5$ $\therefore 15<k<25$ $a_4=9$
$n=4$ $a_4 4<k<a_4 6$ $\therefore 30<k<54$ $a_5=17$
$\cdots$
$\{a_n\}$는 계차수열 $a_n=2+\frac{2^{n-1}-1}{2-1}=2^{n-1}+1$
$a_{10}=2^9+1=513$

정답: 513

29. 지수방정식

$2^x-2^{-x}=t$ ($t\in R$)
$4^x+4^{-x}=(2^x-2^{-x})^2+2$이므로
주어진 방정식은
$t^2+at+7=0$
이 방정식이 실근을 가져야 하므로
$D=a^2-36\geqq0$
$\therefore a\geqq6,\ a\leqq-6$
따라서 양수 a의 최솟값 $m=6$
$\therefore m^2=36$

정답: 36

30. 여러 가지 수열

$a=4$ 일 때, $\frac{\log_4 4}{4-2}=\frac{1}{2}$ 이므로
$a=5,6,7,\cdots$ 모두성립 a의 최솟값은 4
$f(4)=4$
$a=5$ 일 때, $\frac{\log_4 4}{4-2}=\frac{1}{2}$ 이므로
$a=5,6,7,\cdots$ 모두성립 a의 최솟값은 4
$f(5)=4$
$\cdots$
$a=9$일 때, $\frac{\log_9 3}{3-2}=\frac{1}{2}$ 이므로
$a=4,5,6,7,\cdots$ 모두성립 a의 최솟값은 3
$f(9)=3$
$\cdots$
$a=30$일 때, $\frac{\log_9 3}{3-2}=\frac{1}{2}$ 이므로
$a=4,5,6,7,\cdots$ 모두성립 a의 최솟값은 3
$f(30)=3$

$$\sum_{n=4}^{30}f(n)=\sum_{n=4}^{8}f(n)+\sum_{n=9}^{30}f(n)$$
$$=f(4)+f(5)+f(6)+\cdots+f(8)$$
$$+f(9)+f(10)+f(11)+\cdots f(30)$$
$$=4\cdot5+3\cdot22=86$$

정답: 86